



Le présent rapport s'adresse aux enseignants de MPSI et de MP, aux colleurs de ces classes et aux futurs candidats des oraux des CCP filière MP.

Il a pour objectif :

- d'apporter aux enseignants de mathématiques de MPSI et de MP des informations essentielles relatives à l'oral de mathématiques des CCP : déroulement de l'épreuve, dates, consignes, erreurs ou lacunes fréquentes relevées, devenir de la banque...
- d'aider les futurs candidats dans leur préparation à l'oral de mathématiques : erreurs à éviter, lacunes à combler, points à consolider, conseils de préparation à l'oral et conseils pour l'oral lui-même...

En ce qui concerne le rapport détaillé des erreurs ou des points faibles en analyse et en algèbre, il se veut non exhaustif.

Il répertorie volontairement seulement les erreurs et points faibles les plus courants pour une meilleure lecture.

Ce rapport est l'occasion pour remercier sincèrement les enseignants de CPGE pour leur travail de préparation des élèves aux concours pendant ces deux années. Et même si ce rapport est essentiellement axé sur les erreurs et points à améliorer des candidats, le niveau global reste satisfaisant.

Nous comptons également sur les enseignants des CPGE pour inciter leurs élèves à lire méticuleusement ce rapport pour se préparer au mieux à l'oral de mathématiques.

QUELQUES CHIFFRES POUR LA SESSION 2013

4720 candidats admissibles aux oraux sur 7052 élèves inscrits aux épreuves écrites des CCP pour la session 2013.

Les examinateurs de mathématiques ont assuré, entre le 24 juin et le 20 juillet 2013, le passage à l'oral des 3881 candidats présents.

La moyenne de l'épreuve orale de mathématiques est de 11,76 avec un écart-type de 4,22.

DEROULEMENT DE L'ÉPREUVE

L'épreuve de mathématiques des CCP filière MP se déroule de la manière suivante :

- 25 min de préparation sur table.
- 25 min de passage à l'oral.

Dès son entrée dans la salle, un sujet est proposé au candidat.

Ce sujet est constitué de deux exercices :

- un exercice sur 8 points issu de la banque publique accessible sur le site <http://ccp.scei-concours.fr>.
- un exercice sur 12 points.

Les deux exercices s'inscrivent dans le cadre du programme actuel des CPGE accessible par le lien suivant : <http://www.scei-concours.fr> / rubrique : Liens / Utiles / programmes CPGE.

La ressource <http://pedagogotech.inp-toulouse.fr/130701> publie également en licence libre les exercices de la banque.

Les deux exercices proposés portent sur des domaines différents.

Remarques :

- les calculatrices sont interdites pendant toute la durée de l'épreuve.
- le candidat pourra commencer sa présentation orale par l'exercice de son choix mais sera interrogé sur les deux exercices.

Consignes et conseils :

- tout théorème utilisé ne figurant pas explicitement au programme sera énoncé correctement et démontré.
- sur une question non traitée, ne pas hésiter à faire part de sa démarche à l'examineur même si elle n'a pas abouti.

CRITERES D'EVALUATION

Sont pris en compte dans l'évaluation les critères suivants :

- la maîtrise des définitions et théorèmes du programme.
- les capacités techniques et calculatoires.
- les prises d'initiative durant l'épreuve et le degré d'autonomie.
- la pertinence de la réflexion.
- la justesse et la clarté des réponses.
- la rigueur du raisonnement.
- la qualité de la prestation orale et la bonne utilisation du vocabulaire mathématique.

EVOLUTION DE LA BANQUE PUBLIQUE

- 1- La banque publique actuelle sera conservée pour la session 2014.
- 2- A partir de la session 2015, la banque sera modifiée pour répondre aux changements de programme en MP prévus pour la rentrée 2014.

REMARQUES D'ORDRE GENERAL SUR L'ORAL 2013

Points positifs :

- globalement, les candidats gèrent correctement leur oral : ils ne se contentent pas de lire leurs notes, profitent de l'oral pour n'écrire au tableau que les éléments essentiels et essayent dans la mesure du possible d'être clair dans leurs explications orales.
- il semblerait également que les candidats soient davantage conscients que les années précédentes de l'importance des éventuelles indications orales fournies par l'examineur. A ce sujet, il semble judicieux de rappeler que l'examineur est censé intervenir le moins possible durant la prestation du candidat et donc le candidat doit à ce titre être à l'écoute de la moindre question, remarque ou indication de l'examineur.
- le facteur stress semble moins handicapant que les années précédentes.

Points négatifs :

- trop de candidats ne connaissent pas des définitions de base : sous-espace vectoriel, application linéaire, norme, produit scalaire.
- trop de candidats ne savent pas formuler correctement une définition ou énoncer un théorème fondamental du programme (hypothèses oubliées,...).
- les candidats ne sont en majorité pas très solides au niveau calculatoire et perdent alors beaucoup de temps.
- manque de rigueur fréquent dans le raisonnement et dans les démonstrations.
- les candidats étrangers gèrent très souvent l'épreuve orale comme une épreuve écrite en écrivant tout au tableau et parfois même en ne parlant pas... Leur manque d'expérience à l'oral est notable. Rajoutons que certains d'entre eux n'ont même pas connaissance de l'existence de la banque publique et nous le regrettons.
- globalement, les candidats manquent de recul sur le cours. Les résultats importants sont rarement synthétisés et hiérarchisés. La connaissance du cours reste souvent superficielle.
Rappelons à ce sujet que savoir comment se démontrent certains résultats du cours permet de réaliser l'importance des hypothèses et de ne pas les oublier.

Un constat sur le niveau global par rapport aux sessions précédentes : moins de candidats de niveau moyen et davantage de candidats très faibles ou très bons.

REMARQUES SUR LES EXERCICES DE LA BANQUE POUR LA SESSION 2013

Globalement, les candidats semblent avoir travaillé les exercices de la banque, mis à part quelques traditionnelles impasses (Green-Riemann, intégrales doubles, fonctions à plusieurs variables,...).

Cela dit, ils ne les ont pas toujours travaillés en profondeur : manque de rigueur fréquent dans les questions de cours, imprécisions, oublis de cas particuliers... Et si on creuse un peu dans le domaine de l'exercice proposé, on a souvent de mauvaises surprises.

Domaines où les candidats restent faibles : topologie (même si les exercices proposés sont basiques), intégrales doubles, fonctions à plusieurs variables, courbes paramétrées et polaires.

Ce constat est regrettable car les exercices de la banque devraient constituer un support essentiel de révision et de réflexion pour le candidat et l'occasion de s'assurer qu'il maîtrise bien les concepts sous-jacents à l'exercice.

On note même sur l'exercice de la banque une grande dispersion des notes.

ERREURS FREQUENTES, POINTS NON MAITRISES ET REMARQUES EN ANALYSE

Topologie

La topologie est officiellement au programme !!!

La topologie reste une discipline abstraite et les examinateurs en sont conscients.

Les exercices proposés sont souvent des démonstrations de cours ou des applications quasi-immédiates du cours.

Mais pour pouvoir traiter un exercice de topologie, il faut avant tout connaître ses définitions, savoir faire correctement une démonstration en manipulant rigoureusement les quantificateurs...

Equations différentielles

- Problèmes de raccord des solutions survolés et non compris parfois.
- Manque de technicité dans la recherche de primitives. De ce fait, les candidats sont souvent pénalisés dans leur résolution.
Rappelons par exemple que pour intégrer une fraction rationnelle, il est souhaitable de penser à la décomposer en éléments simples.
- Méconnaissance fréquente de la structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle.

Séries numériques

- Très mauvaise maîtrise du vocabulaire et des notations : mélange quasi-systématique des notions de série, somme d'une série, somme partielle et suite des sommes partielles.
- Dans le critère spécial des séries alternées, trop de candidats oublient une des trois hypothèses qui assurent la convergence de la série. Par ailleurs, le critère spécial des séries alternées est une condition suffisante de convergence mais non nécessaire.
- Manque de technique pour étudier l'éventuelle convergence des séries. L'outil essentiel pour justifier la convergence d'une série à termes positifs reste l'utilisation d'un équivalent. De nombreux candidats n'y pensent pas ou peinent à trouver un équivalent simple.

Intégrabilité sur un intervalle quelconque

- Oubli quasi-systématique d'évoquer la continuité par morceaux sur l'intervalle.
- Manque inquiétant de technique pour justifier l'intégrabilité d'une fonction sur un intervalle : en majorité, les candidats ne pensent même pas, si la fonction est positive, à utiliser un équivalent et lorsqu'ils en trouvent un, ils peinent souvent à comparer l'équivalent à une fonction de Riemann qui convient, surtout si la fonction n'est pas intégrable. Ces difficultés sont à mettre sur le compte d'un manque d'entraînement.

Séries de fonctions

- De grosses lacunes sur la convergence uniforme. Beaucoup de candidats pensent à considérer le reste mais ne le majorent pas indépendamment de x ... Certains arrivent à rectifier lorsqu'on leur demande de reformuler la définition de la convergence uniforme et qu'ils la connaissent.
- Pour la convergence normale sur A , les candidats sont rapidement en difficulté s'il ne suffit pas de majorer $|f_n(x)|$ indépendamment de x sur A . Ils ne pensent pas systématiquement, dans ce cas là, à chercher $\sup_{x \in A} |f_n(x)|$ en étudiant les variations d'une fonction par exemple.
- Ne pas oublier lorsqu'on parle de convergence uniforme ou normale de préciser sur quel domaine, sinon cela n'a aucun sens.
- Confusion parfois entre la convergence absolue et la convergence normale quand on se place ailleurs que sur \mathbb{R} ou \mathbb{C} .
- En ce qui concerne l'interversion limite et intégrale, encore trop de candidats pensent utiliser un argument de convergence uniforme lorsqu'ils ne sont pas sur un segment.
Plus généralement, en ce qui concerne les théorèmes d'interversion, les candidats s'emmêlent les pinceaux très rapidement en mélangeant ceux pour les suites de fonctions, ceux pour les séries de fonctions, ceux sur un segment et ceux sur un intervalle.
Nous leur conseillons de synthétiser ces théorèmes dans un simple tableau.

Et quand ils savent quel théorème utiliser, il est rare d'obtenir toutes les hypothèses pour l'appliquer.

Séries entières

- La recherche du rayon de convergence ne se limite pas à l'utilisation de la règle de d'Alembert.

La règle de d'Alembert pour les séries entières reste inutilisable pour les séries lacunaires ou par exemple les séries du type $\sum \cos nz^n$. Il est donc fondamental de connaître d'autres techniques présentées en cours ou en séances d'exercices pour déterminer le rayon de convergence : utiliser la règle de d'Alembert pour les séries numériques, déterminer les valeurs de z pour lesquelles $(a_n z^n)$ est bornée, majorer ou minorer $|a_n z^n|$, repérer une valeur de z intéressante pour laquelle $\sum a_n z^n$ converge ou diverge,...

Rappelons à cette occasion que d'Alembert pour les séries entières n'est pas officiellement au programme.

Seule la règle de d'Alembert pour les séries numériques est au programme.

- La règle de d'Alembert n'est pas une équivalence : une série entière de rayon de convergence R ne vérifie pas forcément $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \frac{1}{R}$.

- Une série entière converge normalement donc uniformément sur tout disque fermé inclus dans le disque de convergence mais pas forcément sur le disque de convergence comme le pensent encore de nombreux candidats.
- Mauvaise maîtrise des développements en série entière usuels. De ce fait, les candidats sont souvent en difficulté sur des exercices-type de calculs des sommes de séries entières ou numériques.

Séries de Fourier

- Trop peu de candidats pensent à représenter graphiquement la courbe de la fonction. Du coup, ils ne se rendent parfois pas compte que la fonction est paire ou impaire ou qu'elle est égale à sa régularisée ou se trompent dans les calculs des coefficients de Fourier trigonométriques.
- Majoritairement, les candidats mélangent les hypothèses des théorèmes de convergence simple et normale de la série de Fourier.
- Les calculs des coefficients de Fourier sont souvent laborieux. Une des raisons reste la méconnaissance des formules trigonométriques.

Fonctions à plusieurs variables

Niveau global très faible sur ce chapitre.

- Savoir donner la définition de la dérivée partielle d'une fonction à deux variables en un point donné et la calculer.
- Dans la théorie des extrema locaux, ne pas oublier de se placer sur un ensemble ouvert !!!! et la technique du $rt - s^2$ est quasiment jamais connue dans son intégralité : son utilisation est toujours très approximative.

Intégrales doubles

- Il paraît judicieux de commencer à dessiner le domaine sur lequel on doit intégrer pour ne pas se tromper ensuite sur les bornes d'intégration.

ERREURS FREQUENTES, POINTS NON MAITRISES ET REMARQUES EN ALGÈBRE ET GEOMETRIE

Algèbre linéaire

- En dimension infinie, pour prouver que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires sur E , peu de candidats pensent rapidement à raisonner par analyse et synthèse ou quand ils y pensent la phase de synthèse ou vérification que la décomposition obtenue convient est très souvent oubliée.
- Trop de candidats annoncent u injectif $\Leftrightarrow u$ surjectif $\Leftrightarrow u$ bijectif car u endomorphisme sans évoquer qu'ils sont en dimension finie.
- Savoir trouver rapidement une base de l'image pour une application linéaire en dimension finie.

Réduction des endomorphismes

- Les candidats devraient connaître sur le bout des doigts les différentes équivalences au fait qu'un endomorphisme soit diagonalisable... Et c'est loin d'être le cas !!!
- Erreur courante : un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé à racines simples !!! Si le polynôme caractéristique est scindé à racines simples alors u est diagonalisable mais la réciproque est bien entendu fautive, il suffit de considérer la matrice nulle de $M_2(\mathbb{R})$ comme contre-exemple.
- Problèmes courants de vocabulaire.

Exemples :

- $A^2 + 3A + I_3$ est un polynôme annulateur de A au lieu de $X^2 + 3X + 1$ est un polynôme annulateur de A .
- le polynôme annulateur au lieu d'un polynôme annulateur.
- Confusions fréquentes entre le polynôme minimal, caractéristique et un polynôme annulateur quelconque.
- De grosses confusions sur les polynômes d'endomorphismes :
Exemple : si on demande de vérifier que $X^2 + 3X + 1$ est un polynôme annulateur de l'endomorphisme u , de nombreux candidats tentent de former $(u(x))^2 + 3u(x) + 1$ au lieu de $u \circ u(x) + 3u(x) + x$.
Ce constat explique que ces mêmes candidats peuvent difficilement trouver un polynôme annulateur pour un endomorphisme donné.

Le chapitre réduction des endomorphismes semble survolé par certains candidats alors que c'est une partie cruciale du programme d'algèbre.

Espaces vectoriels euclidiens

- Confusion entre $A^\perp = B$ et $A \perp B$.
 $A \perp B$ implique juste que $B \subset A^\perp$ et $A \subset B^\perp$.
- Ne pas oublier que si p est la projection orthogonale sur $F = \text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$ alors la formule $p(x) = \sum_{i=1}^n \langle x, e_i \rangle e_i$ n'est valable que si (e_1, \dots, e_p) est une base orthonormale de F .
Une mauvaise maîtrise de l'expression d'une projection orthogonale rend difficile le calcul de la distance d'un vecteur à un sous-espace vectoriel donné. Et pourtant, c'est un point crucial du programme.

- Difficultés fréquentes à trouver une base orthonormée d'un sous-espace vectoriel, même de dimension 2.
- Manque de technique pour trouver l'orthogonal d'un sous-espace vectoriel F : rappelons qu'une technique efficace en dimension finie reste de trouver une base de F et de traduire que $x \in F^\perp \Leftrightarrow x$ est orthogonal à chaque vecteur de la base de F .
- Dans le théorème spectral, lien pas toujours établi entre l'existence d'une base orthonormale et le fait que la matrice de passage de l'ancienne base à la nouvelle base puisse être orthogonale. Le cours doit être appris certes mais aussi compris en profondeur.
- La matrice d'un endomorphisme symétrique est symétrique à condition de se placer dans une base orthonormée.
- La formule de changement de base pour les matrices des formes bilinéaires ($A' = {}^tPAP$) n'est pas la même que pour les matrices des endomorphismes ($A' = A^{-1}AP$).
- Pour vérifier si une matrice donnée est orthogonale, $A^{-1} = {}^tA$ n'est pas la caractérisation la plus pratique !!!
Penser plus souvent que A est orthogonale si et seulement si ses colonnes forment une famille orthonormée.
- Erreur fréquente : A est orthogonale si et seulement si son déterminant vaut 1 ou -1 !!!!
Rappelons qu'on peut juste annoncer que si A est orthogonale alors $\det A \in \{-1, 1\}$.

Courbes paramétrées et polaires

Clairement, de nombreux candidats font l'impasse dans leurs révisions sur les courbes paramétrées et polaires et donc ne se souviennent plus des techniques pour étudier les points non réguliers ou même chercher une éventuelle asymptote.

Rajoutons qu'ils oublient fréquemment l'étude des éventuelles symétries ou ne savent pas interpréter graphiquement des relations du type $x(t + \pi) = x(t)$ $y(t + \pi) = -y(t)$.

Peu de candidats savent trouver le vecteur tangent pour une courbe en coordonnées polaires.

CONSEILS POUR LES FUTURS CANDIDATS

En ce qui concerne la préparation aux oraux

Les attentes fondamentales d'un examinateur restent avant tout :

- une bonne maîtrise des définitions et théorèmes du cours.
- des capacités calculatoires et des techniques de base acquises.

Si vous êtes défaillants sur un de ces points là, vous risquez d'être rapidement bloqués dans les exercices proposés.

Autant un examinateur pourra éventuellement vous guider dans votre raisonnement, autant il ne mènera pas un calcul à votre place et ne vous rappellera ni une définition ou un théorème oublié ni une technique de base.

Une condition nécessaire à la réussite de l'oral reste donc de :

- savoir formuler correctement les définitions du programme et énoncer rigoureusement, avec toutes les hypothèses nécessaires, les théorèmes fondamentaux. Connaître par cœur ses formules de développements limités, de trigonométrie, de développements en série entière usuels...

- s'entraîner tout au long de l'année sur des exercices calculatoires.
Domaines conseillés : calculs de développements limités, recherche d'équivalents, recherche des valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice, calcul de l'inverse d'une matrice.....
- s'entraîner régulièrement, comme un pianiste ferait ses gammes, à des techniques fondamentales : recherche de primitives, étude du caractère intégrable d'une fonction sur un intervalle donné, calcul de la somme d'une série entière en s'aidant des développements en série entière usuels...
- différencier une bonne fois pour toute les notions suivantes relatives aux séries : somme partielle, suite des sommes partielles, série et somme de la série et les utiliser à bon escient.

Une bonne maîtrise de ces différents points vous permettra d'acquérir des automatismes, de pouvoir consacrer davantage de temps lors de votre oral aux questions de réflexion et de mettre l'examineur dans de bonnes dispositions pour vous guider éventuellement.

De plus, nous vous conseillons vivement :

- de travailler en profondeur les démonstrations du cours pour une meilleure mémorisation et assimilation.
- de travailler sérieusement les exercices de la banque. Ils balayent la quasi-totalité du programme et constituent donc une bonne base de révisions.
Quelques candidats ont tenté de reproduire, sans les avoir bien compris, des corrigés d'exercices de la banque. L'examineur le repère très rapidement et n'hésite pas alors à questionner le candidat pour obtenir des éclaircissements.
- d'éviter les impasses.

Pendant l'oral :

- parler distinctement, avec un bon débit mais sans se précipiter. Eviter de cacher ce que l'on écrit au tableau et éviter de couper la parole à l'examineur, même si cela paraît être une évidence.
- la rigueur est le mot d'ordre.
Lors de l'utilisation d'un théorème, signaler à l'examineur les hypothèses nécessaires, même si elles sont vérifiées de manière évidente.
Quand on pense proposer une équivalence, s'assurer que ça en soit bien une.
Ne pas mélanger condition nécessaire et condition suffisante.
Quand on demande de prouver une égalité entre deux ensembles, s'assurer qu'on n'a pas juste prouvé une inclusion.
Soigner toutes les démonstrations.
- manipuler correctement le vocabulaire mathématique, les quantificateurs, les bornes supérieures...
- au démarrage d'une question, annoncer à l'examineur la démarche que l'on compte suivre.
- ne pas se précipiter lorsque l'examineur pose une question. Se laisser un temps de réflexion pour éviter le cumul de fausses réponses. Rappelons que les mauvaises réponses sont davantage pénalisantes que les temps morts.

- éviter d'être passif durant l'oral.

Même si on ne sait pas traiter une question, faire part à l'examineur des voies envisagées et des raisons pour lesquelles elles n'ont pas abouti. Si la situation s'y prête, commencer par étudier des cas particuliers pour une meilleure visualisation (par exemple, si la question porte sur le calcul d'un déterminant de taille n , commencer par de petites valeurs de n avant de tenter une généralisation)...

Bref, soyez productifs et pertinents dans votre démarche scientifique. L'examineur saura l'apprécier.